

Kapitel 2

Satzgruppe des Pythagoras

2.1 Satz des Pythagoras

Der Satz des Pythagoras behandelt **rechtwinklige Dreiecke**. Der Satz des Pythagoras besagt:

Definition 2.1.1 (Satz des Pythagoras). In jedem rechtwinkligen Dreieck haben die Quadrate über den Katheten a und b zusammen den gleichen Flächeninhalt wie das Quadrat über der Hypotenuse c . Für $a, b > c$ gilt also

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad (2.1.1)$$

$$\text{Hypotenuse}^2 = \text{Kathete}_1^2 + \text{Kathete}_2^2 \quad (2.1.2)$$

2.1.1 grafische Darstellung

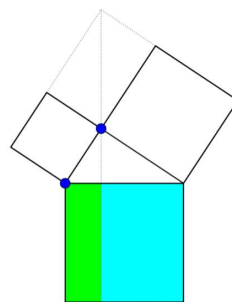
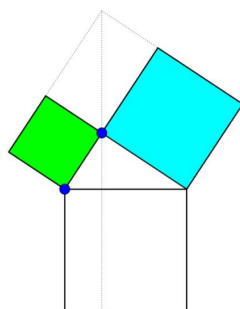


Abbildung 2.1: Betrachtet wird zunächst die Fläche der beiden Quadrate a^2 und b^2 .

Abbildung 2.2: Nun werden beide Flächen in das große Quadrat mit der Fläche c^2 . Sie füllen die Fläche aus also gilt die Gleichung.

2.2 Kehrsatz zu Pythagoras

Definition 2.2.1. Wenn in einem Dreieck mit der Hypotenuse c

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (2.2.1)$$

gilt, so ist das Dreieck rechtwinklig.

2.3 Anwendung des SdP

Definition 2.3.1 (Diagonale eines Quadrats). Für ein Quadrat mit der Seitenlänge a beträgt die Diagonale des Quadrats

$$d_q^2 = a^2 + a^2 d_q = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2} \quad (2.3.1)$$

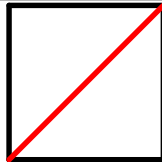


Abbildung 2.3: Ein Quadrat mit der Seitenlänge a und der Diagonalen d_q .

Definition 2.3.2 (Höhe im gleichseitigen Dreieck). Für die Höhe h in einem gleichseitigen Dreieck mit der Seitenlänge a gilt

$$h = \frac{a}{2}\sqrt{3} \quad (2.3.2)$$

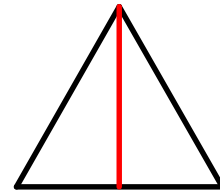


Abbildung 2.4: Ein Dreieck mit Höhe h .

Definition 2.3.3 (Diagonale im Würfel). Für die Diagonale d_w eines Würfels mit Kantenlänge a gilt

$$d_w = \sqrt{d_q^2 + a^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = a\sqrt{3} \quad (2.3.3)$$

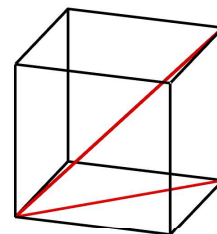


Abbildung 2.5: Diagonale d_w eines Würfels

2.4 Der Kathetensatz

Definition 2.4.1 (Kathetensatz). Für jedes rechtwinklige Dreieck gilt:
 Das Quadrat über einer Kathete ist flächengleich zum Rechteck aus der Hypotenuse und dem anliegenden Hypotenusenabschnitt.

$$a^2 = c \cdot p \quad (2.4.1)$$

$$b^2 = c \cdot q \quad (2.4.2)$$

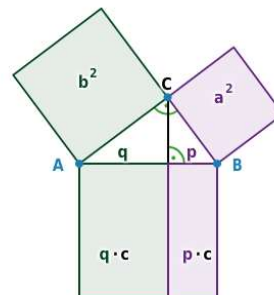


Abbildung 2.6: Kathetensatz

2.5 Der Höhensatz

Definition 2.5.1 (Höhensatz). Für jedes rechtwinklige Dreieck gilt:
 Das Quadrat über der Höhe ist flächengleich zum Rechteck aus den beiden Hypotenusenabschnitten. Es gilt:

$$h^2 = p \cdot q \quad (2.5.1)$$

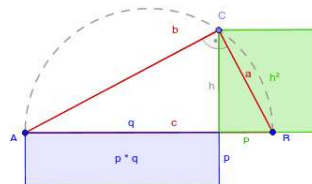


Abbildung 2.7: Höhensatz.