Kinematik und Dynamik geradliniger Bewegungen

Lukas Semrau

Schuljahr 2020/21

Anmerkung für Schüler: Die Exkurse gehen oft über die über die (aktuelle) Kenntnis der Mathematik hinaus und müssen daher auch nicht beachtet werden.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Gleichförmige, geradlinige Bewegungen und Bewegungsdiagramme

1.1 Versuche

Versuch 1.1 (Strigel-Fahrstuhl). Der Fahrstuhl im BSG hat eine reine Fahrzeit von $5s$/Stockwerk. Hält er in einem Stockwerk an, so dauert die Pause $6s$.Ein Stockwerk hat eine Höhe von $h = 3.63m$.
Zeichnen eines Graphen, der die den Ort $x(t)$ in Abhängigkeit der Zeit t beschreibt:

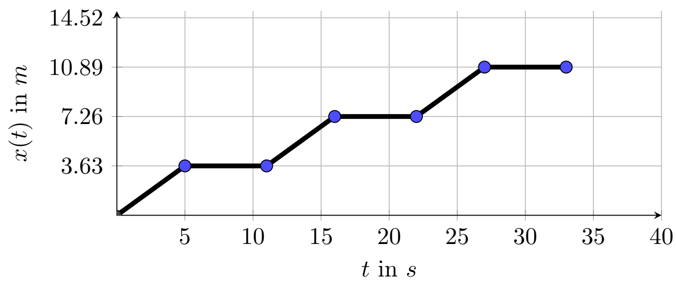

Abbildung 1: Graph zu dem Versuch 1.1.

Versuch 1.2 (Der gemütliche Schüler). Nun läuft ein Schüler gemütlich die Osttreppe nach oben, dabei bewegt er sich konstant nach oben. Für dieses Strecke benötigt er ca. $60s$. Im Graphen (s. Abb. 2) kann man sehen, dass der Fahrstuhl troz der Stopps schneller ist.

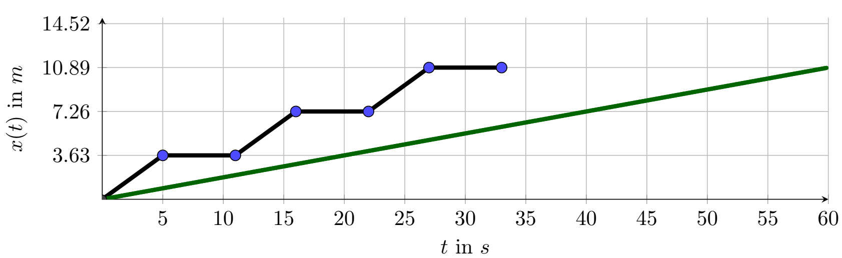

Abbildung 2: Die Bewegung des Fahrstuhls ist ist schwarz, die des Schülers grün.

Versuch 1.3 (negative Steigungen). Jetzt betrachten wir auch den Verlauf des Diagramms, wenn sich der Fahrstuhl nach unten bewegt:

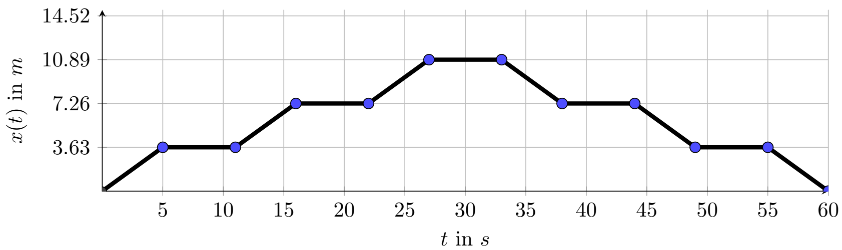

Abbildung 3: Graph zu dem Versuch 1.3

1.2 Folgerungen aus den Versuchen

Man sieht, dass die Steigung mit der Geschwindigkeit zusammenhängt. Das ist auch logisch, da auf der y-Achse der Ort $x(t)$ aufgetragen ist und auf der x-Achse die Zeit t aufgetragen ist. Da wir es mit geradlinigen (lineare) Bewegungen zu tun haben ergibt sich die Steigung wir folgt:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta x(t)}{\Delta t} \approxeq \frac{s}{t} = v \tag{1.1}$$

Wir sehen also, dass die Steigung einer Funktion in einem t-x-Diagramm auch die Geschwindigkeit ist.

negative Steigung In V1.3 ist die Steigung negativ, da sich der Fahrstuhl in die andere Richtung bewegt. Dies bedeutet natürlich nicht, dass wir eine negative Geschwindigkeit haben. Es bedeutet lediglich, dass sich die Richtung in die Geschwindigkeit gerichtet ist sich ändert.

Exkurs 1 (Vektoren)**.** In der Physik sind Größen oft in bestimmte Richtungen gerichtet (so auch die Geschwindigkeit). Für die Geschwindigkeit v schreibt man dann

$$v \Rightarrow \vec{v} \tag{1.2}$$

Beispiel: Gemessen (und gezeichnet) wird die Bewegung des Fahrstuhls gemessen (Ort in Abhängigkeit der Zeit). Während die Zeit nur in eine Richtung verläuft, nimmt der Ort nicht immer zu. Hier ändert sich die Richtung der Geschwindigkeit.

Achtung! Die Geschwindigkeit v beschreibt für uns aktuell nur einen Durchschnitt über eine bestimmte Zeit Δt.

Exkurs 2 (genaues Bestimmen von v)**.** Möchte man die Geschwindigkeit $v(t_0)$ an einem bestimmten Zeitpunkt t_0 bestimmen, so benötigt man die Analysis[a]: Wir berechnen zunächst die Durchschnittsgeschwindigkeit zwischen zwei Punkten t_0 und $t_1 = t_0 + h$:

$$v(t) = \frac{x(t_0 + h) - x(t_0)}{h} \tag{1.3}$$

Um die Geschwindigkeit an eine Punkt muss $h \to 0$. Schreibt man dies nun als Formel sieht man eine große Übereinstimmung mit dem Differenzenquotienten:

$$v = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = \lim_{h \to 0} \frac{x(t_0 + h) - x(t_0)}{h} \tag{1.4}$$

[a] Den folgenden Abschnitt kann man auch dadurch abkürzen, dass man sagt:

> Die Steigung ist die Geschwindigkeit, die Ableitung gibt die Steigung an einem Punkt an $\Rightarrow v = \dot{x}$

1.3 Definitionen

Definition 1.1 (gleichförmige Bewegungen)**.** Bewegt sich ein Objekt immer mit der selben Geschwindigkeit ($a = 0$), so bewegt es sich **gleichförmig.**

Definition 1.2 (Geschwindigkeit)**.** Die Geschwindigkeit v einer gleichförmigen Bewegung ist als der Quotient von Streckeabschnitt und Zeitabschnitt definiert.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1.5}$$

Dies ist nur bei gleichförmigen Bewegungen so, da bei nicht gleichförmigen Bewegungen der Quotient lediglich eine Durchschnittsgeschwindigkeit angibt.

Betrachtet man die Geschwindigkeit eines sich gleichförmigen Objekts, so hat es immer die gleiche Geschwindigkeit. Da es sich immer mit $v = const.$ bewegt, ist die Durchschnittsgeschwindigkeit v_D gleich der Geschwindigkeit v_0 am Punkt t_0.

$$v_D = v_0 \tag{1.6}$$

Einheiten und Umrechnungen.

$$[v] = \frac{m}{s} = 3.6\frac{km}{h} \tag{1.7}$$